



Κβαντική Θεωρία της Ύλης

Διδάσκων: Λευτέρης Λοιδωρικής
Π1, 7146, elidorik@cc.uoi.gr
cmsl.materials.uoi.gr/elidorik

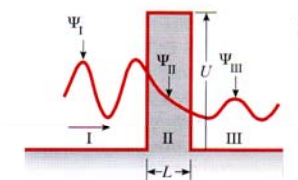
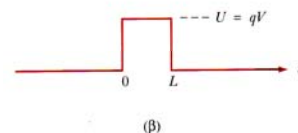
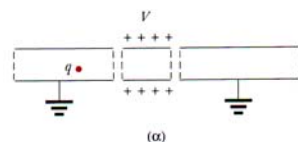
Φαινόμενα σήραγγας

Σωματίδιο σε φράγμα δυναμικού

• Ελεύθερο σωματίδιο προσπίπτει σε φράγμα

- η κλασική εικόνα:

- Εάν $E > U$, το σωματίδιο περνάει το φράγμα
 - Συντελεστής διέλευσης 1
 - Συντελεστής ανάκλασης 0
- Εάν $E < U$, το σωματίδιο ανακλάται από το φράγμα
 - Συντελεστής διέλευσης 0
 - Συντελεστής ανάκλασης 1



- Η κβαντική εικόνα

- Εάν $E > U$, το σωματίδιο περνάει το φράγμα, αλλά υπάρχει πιθανότητα ανάκλασης
 - Συντελεστής διέλευσης ≤ 1
 - Συντελεστής ανάκλασης ≥ 0
- Εάν $E < U$, το σωματίδιο ανακλάται από το φράγμα, αλλά υπάρχει πιθανότητα διέλευσης
 - Συντελεστής διέλευσης ≥ 0
 - Συντελεστής ανάκλασης ≤ 1

Φράγμα δυναμικού ($E < U$)

• Περιοχές I, III

- εξίσωση Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_I}{dx^2} = E \psi_I$$

$$\Rightarrow \psi_I'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi_I = 0$$

- γενική λύση

$$\psi_I = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

$$\psi_{III} = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx}$$

$$k = \sqrt{2mE} / \hbar$$

• Περιοχή II ($0 \leq x \leq L$)

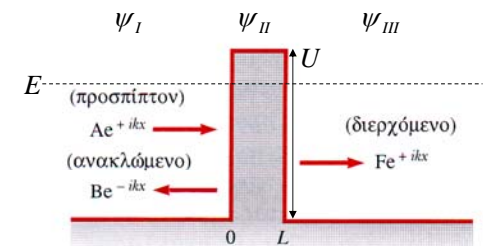
- εξίσωση Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_{II}}{dx^2} + U \psi_{II} = E \psi_{II} \Rightarrow \psi_{II}'' + \frac{2m(E-U)}{\hbar^2} \psi_{II} = 0$$

- γενική λύση

$$\psi_{II} = Ce^{\alpha x} + De^{-\alpha x}$$

$$\alpha = \sqrt{2m(U-E)} / \hbar$$



συνοριακές συνθήκες

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$$

$$\psi_I'(0) = \psi_{II}'(0)$$

$$\psi_{II}(L) = \psi_{III}(L)$$

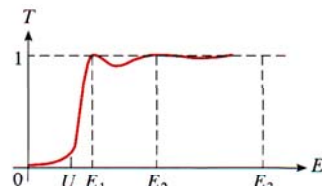
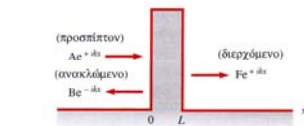
$$\psi_{II}'(L) = \psi_{III}'(L)$$



Συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης

Κβαντική Θεωρία της Ύλης: Φαινόμενα Σήραγγας

- Δεν υπάρχει δέσμη κατάσταση ⇒ δεν υπάρχει κβάντωση
 - η ενέργεια E δίνεται ως πειραματικά γνωστή



$$T(E) = \left[1 + \frac{U^2 (e^{2\alpha L} + e^{-2\alpha L} - 2)}{16E(U - E)} \right]^{-1}$$

$$\text{μήκος διείσδυσης } \delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U - E)}}$$

- Συντελεστής ανάκλασης

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$
- Συντελεστής διέλευσης

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2}$$
- Διατήρηση μάζας

$$R + T = 1$$



Ευρέα φράγματα

Κβαντική Θεωρία της Ύλης: Φαινόμενα Σήραγγας

- Ευρύ φράγμα: $\delta \ll L$
 - στη λύση για μέσα στο φράγμα θέτουμε $D \approx 0$

$$\psi_{II} \approx Ce^{-\alpha x}$$

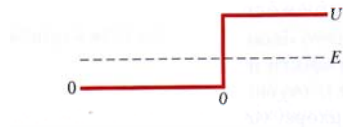
$$\psi_I = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

- συνοριακές συνθήκες στο $x=0$

$$\left. \begin{aligned} A + B &= C \\ ik(A - B) &= \alpha C \end{aligned} \right\} \frac{C}{A} = \frac{2ik}{\alpha + ik}$$

- συνοριακές συνθήκες στο $x=L$

$$\left. \begin{aligned} Ce^{-\alpha L} + De^{\alpha L} &= Fe^{ikL} \\ -\alpha Ce^{-\alpha L} + \alpha De^{\alpha L} &= ikFe^{ikL} \end{aligned} \right\}$$



$$\left| \frac{F}{A} \right|^2 = \frac{16\alpha^2 k^2}{(\alpha^2 + k^2)^2} e^{-2\alpha L}$$



Πρακτικές εφαρμογές φραγμάτων

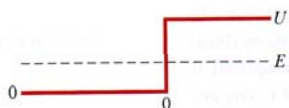
Κβαντική Θεωρία της Ύλης: Φαινόμενα Σήραγγας

- Ορθογώνιο φράγμα

$$T(E) \approx \frac{16k^2 \delta^2}{(1 + k^2 \delta^2)^2} e^{-2L/\delta}$$

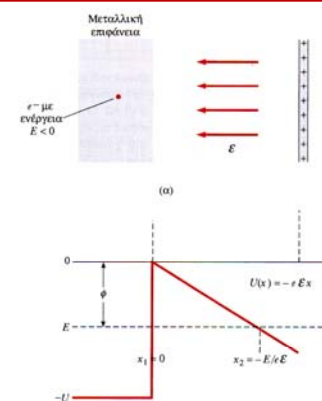
$$\begin{aligned} \text{όπου} \\ k &= \sqrt{2mE} / \hbar \\ \delta &= \hbar / \sqrt{2m(U - E)} \end{aligned}$$

$$k^2 \delta^2 = \frac{E}{U - E}$$



- Γενικό φράγμα (ψηλό και ευρύ)
 - $U=U(x)$ και $\alpha=\alpha(x)$

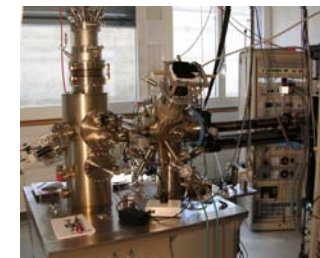
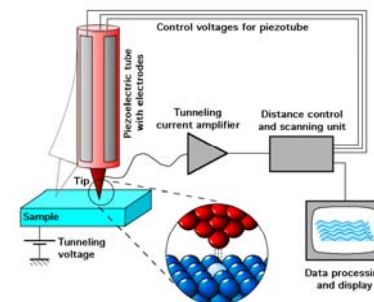
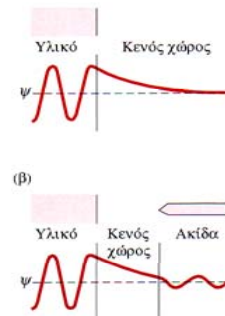
$$T(E) \approx e^{-2 \int \alpha(x) dx} = e^{-\frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2m(U(x) - E)} dx}$$



Μικροσκοπία σάρωσης σήραγγος (STM)

Κβαντική Θεωρία της Ύλης: Φαινόμενα Σήραγγας

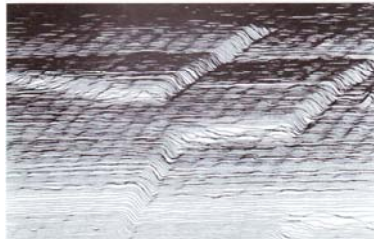
- Μικροσκοπία σάρωσης σήραγγος (STM)
 - Scanning Tunneling Microscopy
- Μια ακίδα που η κορυφή της είναι ουσιαστικά ένα άτομο
 - Ρεύμα περνάει μόνο όταν το άτομο της ακίδας έρθει κοντά σε ηλεκτρονικό νέφος ατόμου της επιφάνειας
 - Κβαντικό φαινόμενο σήραγγος
 - **Κβαντικό μικροσκόπιο**



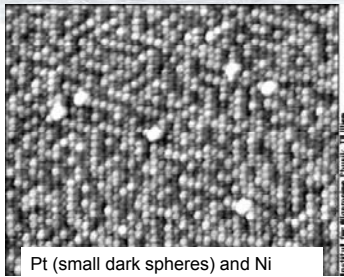
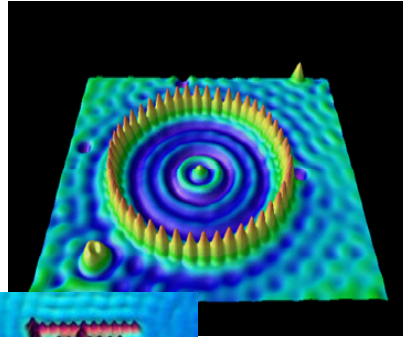


Μικροσκοπία σάρωσης σήραγγος (STM)

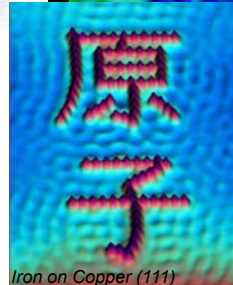
Κβαντική Θεωρία της Ύλης: Φαινόμενα Σήραγγας



επιφάνεια χρυσού (G. Binnig et al., Surf. Sci. 144, 321 (1984))



Pt (small dark spheres) and Ni (small lighter spheres). TU Wien



Iron on Copper (111)
IBM Research <http://researcher.watson.ibm.com>

[Δείτε τη μικρότερη ταινία του κόσμου!!!](http://research.ibm.com/articles/madewithatoms.shtml)
<http://research.ibm.com/articles/madewithatoms.shtml>